

ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS DO FLUXO DE ENERGIA VIBRATÓRIA ENTRE PLACAS PLANAS APOIADAS EM VIGAS

Alexandre Augusto Pescador Sardá

Arcanjo Lenzi

Clóvis Sperb de Barcellos

Laboratório de Vibrações e Acústica

Departamento de Engenharia Mecânica – UFSC

Caixa Postal 476 – 88040-900 – Florianópolis-SC

e-mail: pescador@emc.ufsc.br; arcanjo@emc.ufsc.br, clovis@pucminas.br

Resumo. *Este trabalho consiste em determinar o fluxo de energia e os fatores de acoplamento entre placas apoiadas em vigas, utilizando o Método de Elementos Finitos. É analisada a diferença entre os modelos usados para representar as vigas de apoio, por elementos de viga e elementos de placa. O fluxo de energia entre os subsistemas através da linha de união e os principais esforços responsáveis pela transmissão de energia são analisados.*

Palavras-chave: *Fluxo de energia, Vibrações de placas reforçadas por vigas.*

1. INTRODUÇÃO

Estruturas tipo placas reforçadas por vigas são largamente utilizadas em estruturas navais e aeroespaciais. Um exemplo típico dessas estruturas são as plataformas offshore usadas na prospecção e na produção de petróleo, nas quais as vigas são utilizadas como apoio para a instalação de máquinas e equipamentos pesados. As vibrações que se propagam nestes tipos de estruturas geram ruído nas áreas dos alojamentos, os quais causam grande desconforto e stress aos seus ocupantes.

Os métodos mais comumente usados nestas aplicações são o Método de Elementos Finitos (MEF) e a Análise Estatística Energética (SEA). Os métodos numéricos (MEF) limitam-se às primeiras frequências de ressonância. Em altas frequências, devido à necessidade de grande discretização imposta pelo Método de Elementos Finitos, que necessita de 6 elementos por meio comprimento de onda, no mínimo, torna-se inviável a aplicação desse método para grandes estruturas.

SEA é utilizado somente em altas frequências, para as quais a densidade modal é normalmente elevada. (Ozelame, 1997) mostrou que para placas reforçadas com área de 24 m², aproximadamente com 5 mm de espessura, típicas das plataformas “offshore”, possuem mais de 10 modos por banda de 1/3 de oitava, a partir de 50 Hz. Assim, para estes tipos de estruturas, pode-se utilizar SEA com segurança.

(Ozelame,1997) em análise numérica e experimental concluiu que a densidade modal de chapas reforçadas é bastante próxima daquela obtida para placas lisas, exceto em algumas faixas de frequência para as quais ocorrem problemas de “filtragem” da energia, de forma análoga àquela que se propaga em estruturas periódicas, ou quase periódicas. Os trabalhos publicados por (Clarkson, 1981, 1984, 1991), abordam a determinação experimental dos fatores de acoplamento, densidade modal e fator de perda estrutural em placas planas horizontais.

(Cremer et al, 1987) determinou os coeficientes de transmissão para incidência normal e incidência aleatória em placas semi-infinitas acopladas em L.

(Cuschieri, 1992) fez uma análise paramétrica do fluxo de potência entre placas finas acopladas em L, variando parâmetros como espessura, área, materiais, amortecimento estrutural e localização das excitações, obtendo a resposta estrutural. Comparou o Método do Fluxo de Potência (MFP) com SEA, obtendo boa concordância.

O objetivo deste trabalho consiste em analisar o fluxo de energia entre placas planas retangulares apoiadas em vigas, que representam reforço estrutural. As análises são feitas pelo método de Elementos Finitos para considerar os efeitos dos modos próprios da alma e da aba destas vigas sobre o fluxo de energia. Foram também analisados os caminhos de transmissão de energia, isto é, procurou-se quantificar os fluxos de energia transmitidos através das vigas e através da linha de união entre as placas.

2. ANÁLISE ESTATÍSTICA ENERGÉTICA

A Análise Estatística Energética é uma metodologia utilizada para prever níveis de vibrações e ruído em faixas de frequência de sistemas de alta densidade modal. Ao contrário dos métodos tradicionais, SEA atinge resultados satisfatórios para sistemas com muitos modos de vibração. É utilizado para prever a resposta em altas frequências de estruturas excitadas aleatoriamente.

SEA trata os modos estatisticamente, dividindo-os em pequenos grupos de modos semelhantes. Deve-se ressaltar que muitos problemas que envolvem excitações de altas frequências necessitam ser modeladas por SEA devido à total inviabilidade de serem abordados pelos métodos baseados na análise modal.

Os parâmetros principais usados em modelos por SEA são: densidade modal, fatores de acoplamento e amortecimento (estrutural e acústico). Poucas informações a respeito dos fatores de acoplamento de chapas reforçadas por vigas são encontradas na literatura.

Um sistema estrutural composto por apenas dois subsistemas modelados por SEA resulta na seguinte relação entre as suas energias vibratórias (E_1 e E_2) representada pela expressão (1)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\eta_{12}}{\eta_2 + \eta_{21}} \quad (1)$$

da qual pode-se isolar o fator de acoplamento η_{12} , resultando na seguinte expressão (2)

$$\eta_{12} = \frac{n_2 \eta_2 E_2}{n_2 E_1 - n_1 E_2} \quad (2)$$

sendo n_1 e n_2 as densidades modais (modos/Hz), η_1 e η_2 os amortecimentos expressos pelo fator de perda, e η_{12} e η_{21} os fatores de perda por acoplamento (também chamados de fatores

de acoplamento). Os índices destes fatores representam o sentido do fluxo de potência transferida através do acoplamento.

A expressão (2) permite também determinar os fatores de acoplamento a partir dos dados de energia vibratória dos subsistemas ou através dos dados de potência líquida que atravessa a linha de união entre as placas, como mostra a expressão (3).

$$\eta_{12} = \frac{n_2 W_{12}^{liq}}{\omega(n_2 E_1 - n_1 E_2)} \quad (3)$$

sendo a potência líquida calculada para todos os segmentos da união, em função dos esforços internos (como esforço cortante e momento fletor, por exemplo) e das respectivas velocidades de deslocamento (transversal e angular).

Ambos os procedimentos podem ser usados para que, em função dos resultados de modelos de Elementos Finitos (E_1 e E_2 ou W_{12}^{liq}), seja possível calcular os fatores de acoplamento de estruturas de geometria complexa, tais como as das chapas reforçadas.

3. MODELO POR ELEMENTOS FINITOS

As análises foram realizadas em duas placas planas e retangulares, com as seguintes dimensões: placa 1: 1.1 m x 1.0 m; placa 2: 0.9 m x 1 m, ambas com 5 mm de espessura; material: aço; $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$; $E=210 \text{ GPa}$; $\eta=10^{-2}$ (Sardá, 1999).

Os modelos numéricos por Elementos Finitos foram desenvolvidos através do software comercial ANSYS, versão 5.3. As placas foram representadas pelo elemento de casca SHELL 63, considerado adequado para análises até 5 kHz, aproximadamente. Foram usados elementos retangulares com 2,5 cm x 2,5 cm de dimensões laterais, sendo cada placa representada por 2500 elementos, aproximadamente. As funções de interpolação nas direções no plano da placa, para o elemento de placa SHELL 63 são bilineares e a função de interpolação da deformação é definida por quatro triângulos superpostos.

As vigas de apoio foram modeladas inicialmente como vigas Timoshenko. Para isso, foi usado o elemento BEAM 44, com 2,5 cm de comprimento. Esse elemento permite que os nós fiquem deslocados do centro de gravidade da viga. Foram usadas funções lineares de interpolação nas direções axial e torcional, e funções cúbicas na direção transversal à viga. Nos gráficos de resultados este modelo de vigas será referenciado como Vigas Timoshenko.

Em seguida, as vigas foram modeladas com elementos de casca (SHELL 63) com o objetivo de serem avaliados os efeitos dos modos próprios da alma e da aba.

A excitação externa foi aplicada diretamente na placa 1, através de 15 forças harmônicas concentradas, de magnitude unitária e de fases aleatórias, distribuídas aleatoriamente ao longo desta placa. As forças foram aplicadas simultaneamente. Testes realizados com um número maior de (30 e 50) forças indicaram pouca variação na precisão dos resultados de energia vibratória média. Em uma segunda análise, referente à excitação externa, as forças concentradas foram aplicadas em pontos distribuídos, também aleatoriamente, ao longo da viga 6 (Fig. 1). Tem-se como objetivo verificar, também, variações no fluxo de potência entre as placas em função da região de aplicação da excitação externa.

A potência externa transmitida à estrutura é calculada pela expressão:

$$W_{in} = \sum W_{in_i} = \sum_{i=1}^{15} \frac{1}{2} \text{Re} \{ F_i \dot{v}_i^* \} \quad (4)$$

sendo \dot{v}_i^* o complexo conjugado da velocidade de translação do ponto de aplicação da força F_i . Como as fases das forças não possuem correlação definida, considerou-se a potência total externa transmitida à estrutura como sendo a soma dos valores produzidos individualmente.

A potência transferida através de cada elemento localizado ao longo da linha de união é calculada em função do produto entre o esforço interno que atua na face do elemento, e a respectiva velocidade angular. Como exemplo, a potência transmitida pelo momento fletor, apenas, é dada por:

$$W_{tr_i} = \sum_{i=1}^{n_{nos}} \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ M_i \dot{\theta}_i^* \right\} \quad (5)$$

A potência total transferida é dada pela soma destes valores calculados para cada tipo de esforço e para todos os elementos da união.

$$W_{trans} = \sum W_{tr_i} \quad (6)$$

Para o cálculo da energia vibratória média de cada chapa, calculou-se a velocidade quadrada, média de 50 nós em cada placa, distribuídos de maneira homogênea. Verificou-se que aumentando o número de nós para o cálculo da média espacial, não houve variação na precisão da determinação da energia vibratória.

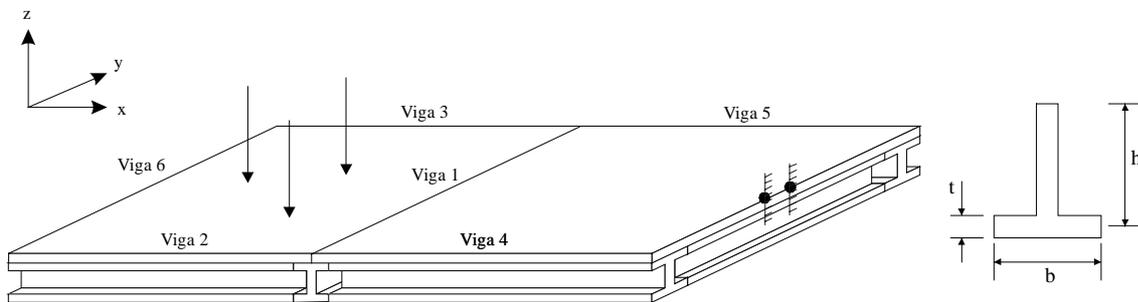


Figura 1 – Placa apoiada em vigas e esquema de viga T invertida.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a validação do modelo de Elementos Finitos utilizado, foram comparados os resultados de potência transferida calculados pelo Método de Elementos Finitos e pelo Método da Mobilidade (Bonifácio, 1998). Verificou-se uma ótima concordância em toda a faixa analisada (Figura 2), validando o modelo para efeitos de cálculo de respostas e de energia vibratória.

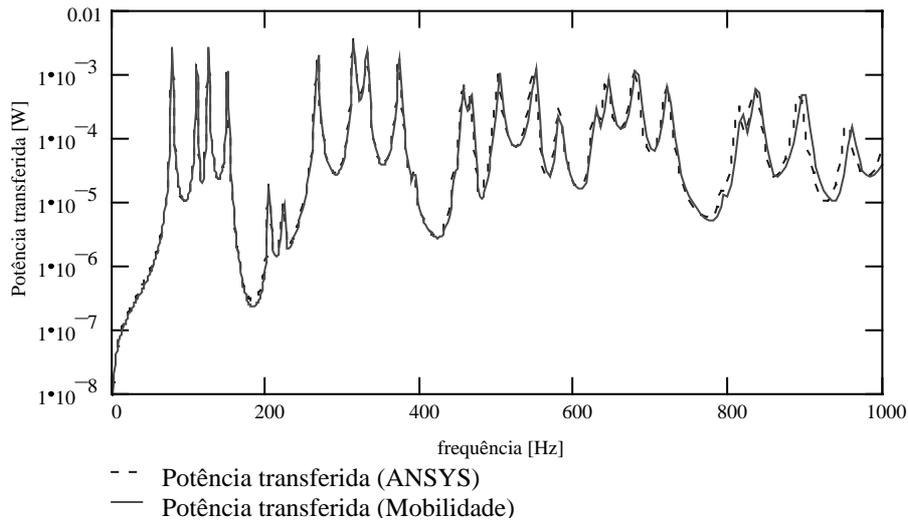


Figura 2 - Comparação entre as potências transferidas calculadas pelo Método da Mobilidade e por Elementos Finitos

A Figura 3 mostra um gráfico do fator de acoplamento η_{12} , calculado através das Eqs. (2) e (3). Observa-se que os resultados obtidos através das duas expressões são praticamente iguais. Portanto, para o cálculo dos fatores de acoplamento ao longo deste trabalho utilizou-se a Eq. (2), que faz uso das energias vibratórias de cada subsistema, as quais são obtidas mais facilmente. Esta figura mostra também os resultados de fatores de acoplamento de ondas de flexão e placas planas semi infinitas, para efeitos de comparação e de referência aos obtidos para placas finitas, com vigas de apoio.

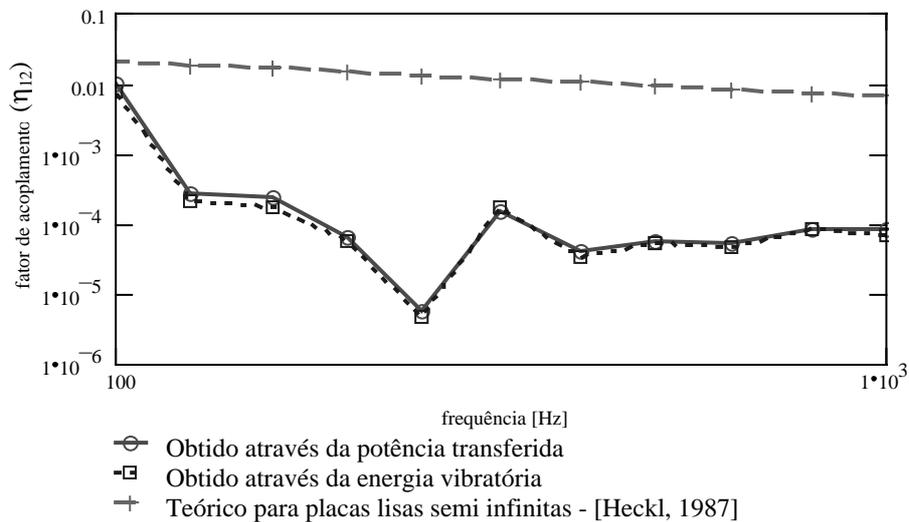


Figura 3 – Fatores de acoplamento do subsistema 1 ao 2 calculados pela potência transferida e pelas energias vibratórias. Valores em 1/3 de oitava.

Para placas apoiadas em vigas T invertidas, com excitação aplicada na placa, foram comparados os resultados do fator de acoplamento obtidos para vigas com alturas de 5 cm, 10 cm e 20 cm, com os de uma placa simplesmente suportada na união e nas bordas. Os resultados estão mostrados na Fig. 4. Observa-se que em altas frequências os valores dos

fatores de acoplamento tendem a ser constantes com a frequência. Os fatores de acoplamento obtidos para a viga de altura 20 cm, que possui dimensões relativamente grandes em relação às da placa, são bastante próximos daqueles obtidos para a placa simplesmente apoiada. As chapas foram modeladas através de elementos de placa e os resultados estão mostrados em faixas de 1/3 de oitava (de 100 Hz a 800 Hz).

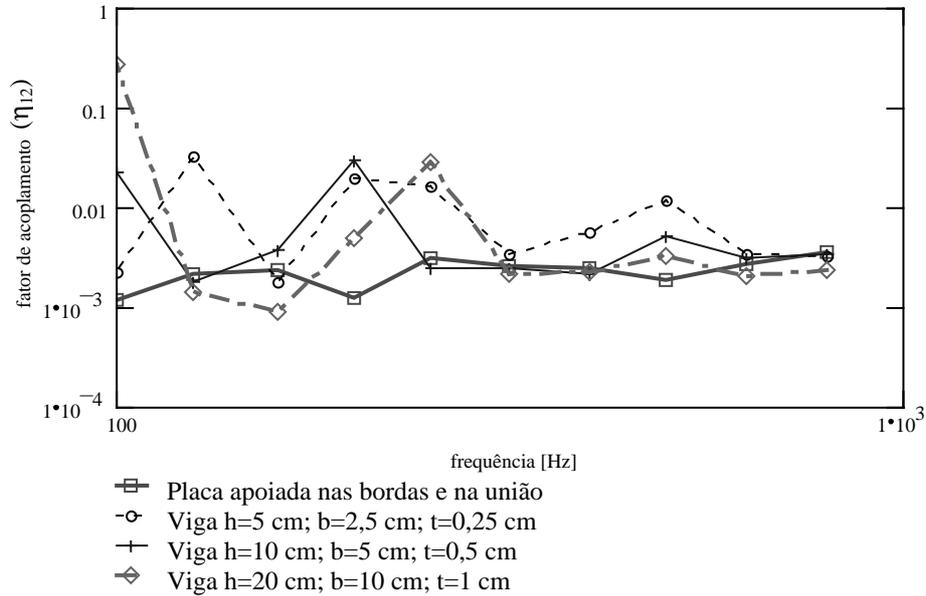


Figura 4 – Comparação entre fatores de acoplamento do subsistema 1 ao 2 para vigas de altura 5 cm, 10 cm e 20 cm. Valores em 1/3 de oitava.

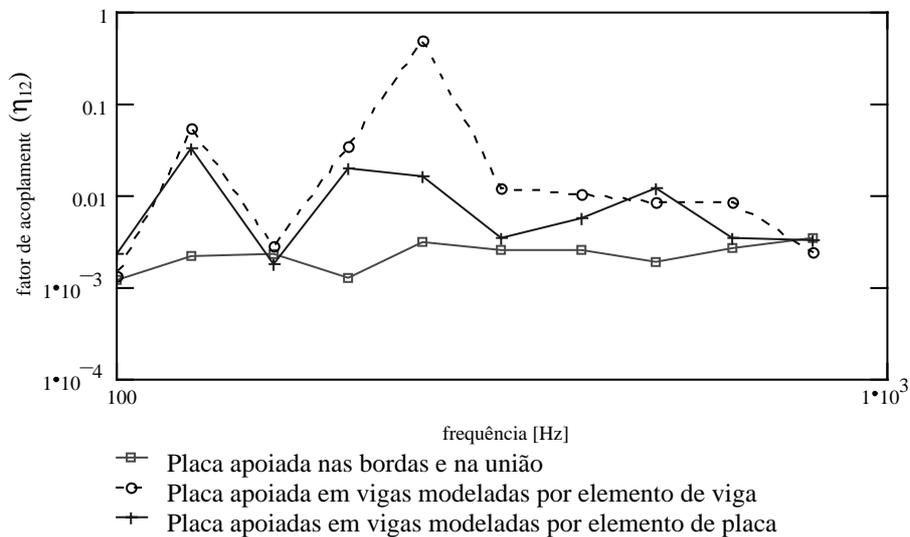


Figura 5 – Comparação entre fatores de acoplamento (12) para placa apoiada, placa apoiada em vigas Timoshenko e placas apoiadas em vigas modeladas por elementos de placa. Viga de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm. Valores em 1/3 de oitava.

Através das Figs. 5 e 6, faz-se uma comparação entre os fatores de acoplamento obtidos para vigas modeladas com elementos de viga Timoshenko e com elementos de placa. Observa-se que para a viga de altura 5 cm, os resultados de η_{12} para elementos de placa e de viga apresentam uma concordância razoável, exceto em algumas faixas de frequência. Para a viga de 20 cm de altura, os fatores de acoplamento diferem bastante, sendo que os obtidos

com elementos de placa é maior que os de viga, devido à maior flexibilidade das placas, considerando as ressonâncias das abas e alma. Estes valores tendem aos de uma placa simplesmente apoiada.

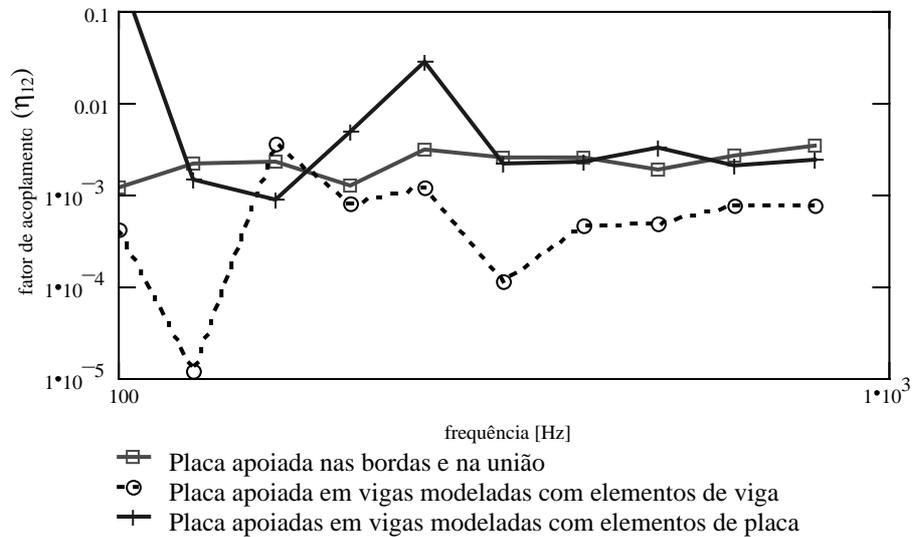


Figura 6 – Comparação entre fatores de acoplamento (12) para placa apoiada, placa apoiada em vigas Timoshenko e placas apoiadas em vigas modeladas por elemento de placa. Viga de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm. Valores em 1/3 de oitava.

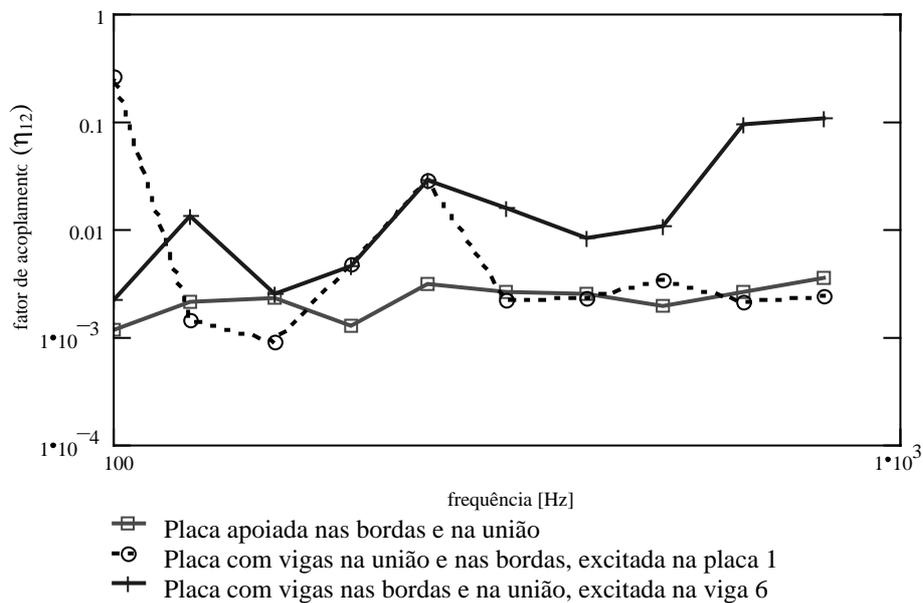


Figura 7 - Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de casca, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1.0$ cm. Valores em 1/3 de oitava.

A Fig. 7 mostra os fatores de acoplamento obtidos para várias configurações de vigas flexíveis (elemento de placa): placa simplesmente apoiada, placa apoiada em vigas (excitação na própria placa 1) e placa apoiada em vigas (excitação na viga 6).

Observa-se que para a placa apoiada em vigas e com excitações na viga, os fatores de acoplamento resultantes são bem maiores que os obtidos com excitação na placa. Isso evidencia que há uma grande transmissão de energia através das vigas, fluindo diretamente ao

subsistema 2, ao invés de ser transmitida através da união entre as placas. Conclui-se que quando a excitação é aplicada diretamente nas vigas, estas tornam-se os caminhos mais importantes de fluxo de energia.

A Figura 8 mostra as contribuições proporcionadas pelos vários esforços internos que atuam em cada face dos elementos localizados ao longo da linha de união entre as placas, imediatamente após a viga intermediária (viga 1). Observa-se que o momento fletor e o esforço cortante vertical são os responsáveis pela maior parcela de potência que é transmitida diretamente à placa 2, através da união entre elas. Menores parcelas são transmitidas pelo esforço axial. A Figura 9 mostra as contribuições dos vários tipos de esforços internos que atuam nos elementos de casca que formam a seção transversal da viga 4, que possui a forma T invertida. Os esforços axial e cortante vertical proporcionam maiores fluxos.

A Figura 10 mostra as contribuições dos fluxos para a placa 2 através das vigas laterais (4 e 5) e da linha de união entre as placas, quando a excitação é aplicada na placa 1. Observa-se que os três caminhos possuem importâncias similares. Isto comprova a importância da transmissão através das vigas quando a excitação externa é aplicada diretamente sobre estas.

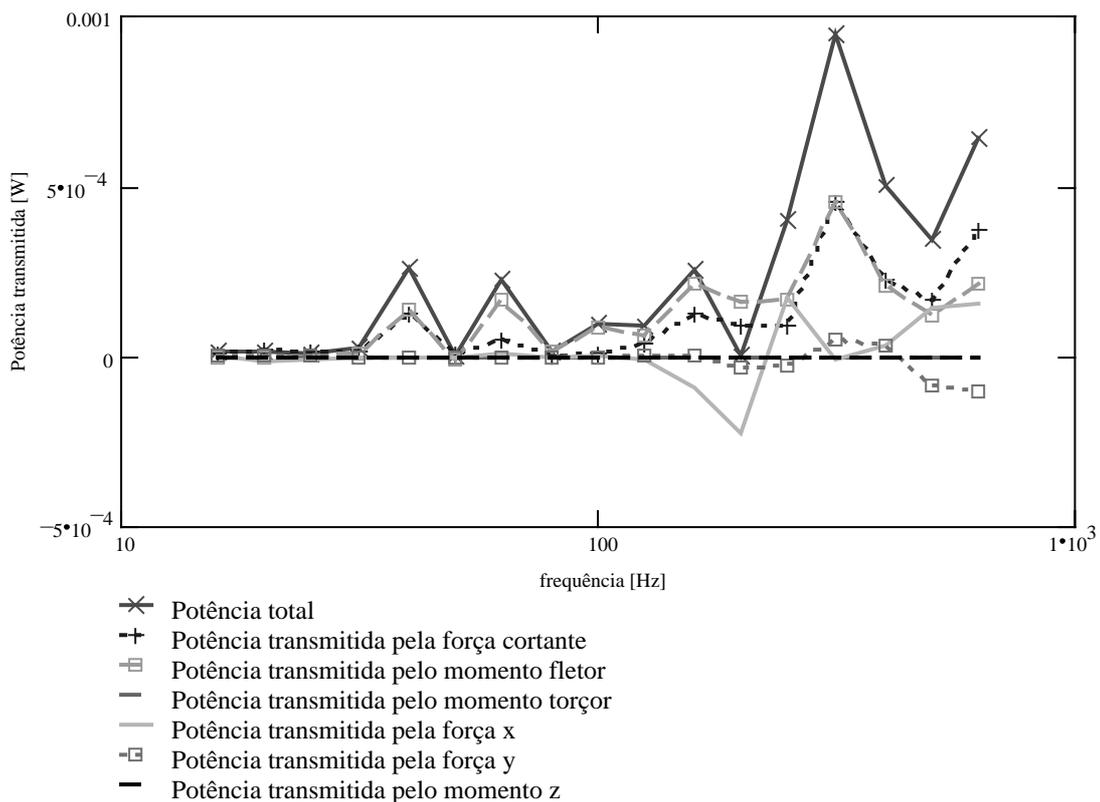


Figura 8 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida modelada por elementos de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm. Valores em 1/3 de oitava.

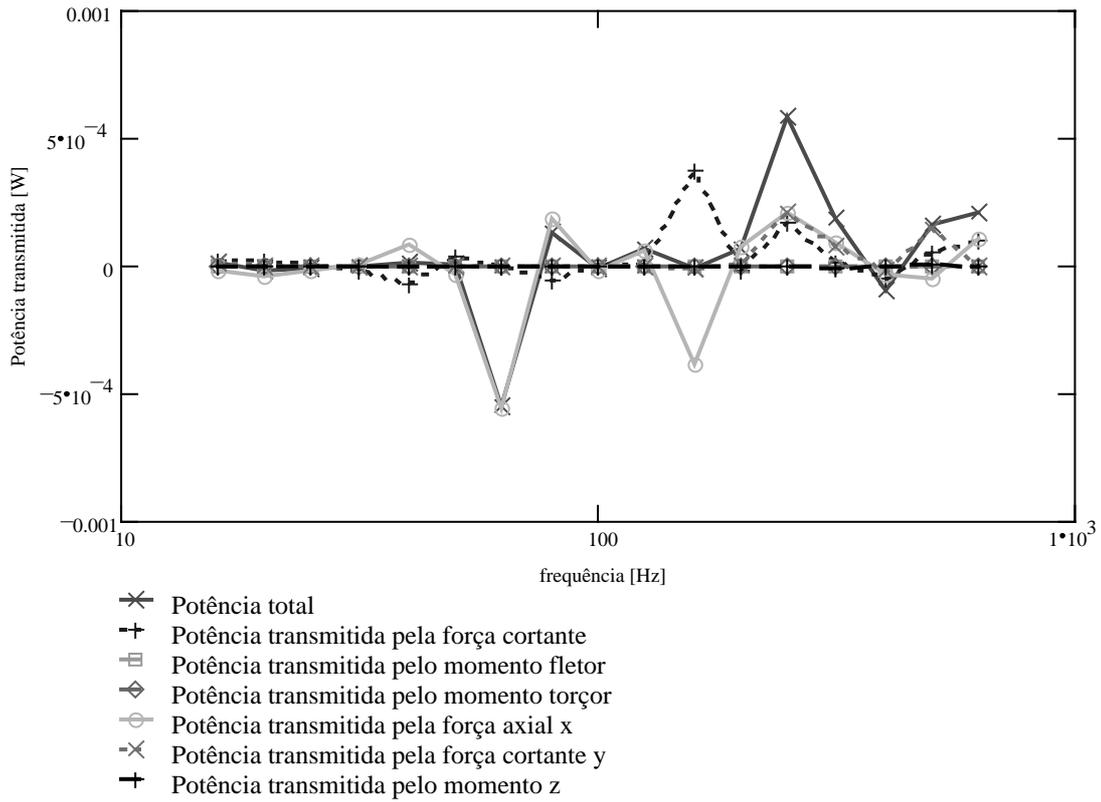


Figura 9 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida modelada por elementos de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm. Valores em 1/3 de oitava.

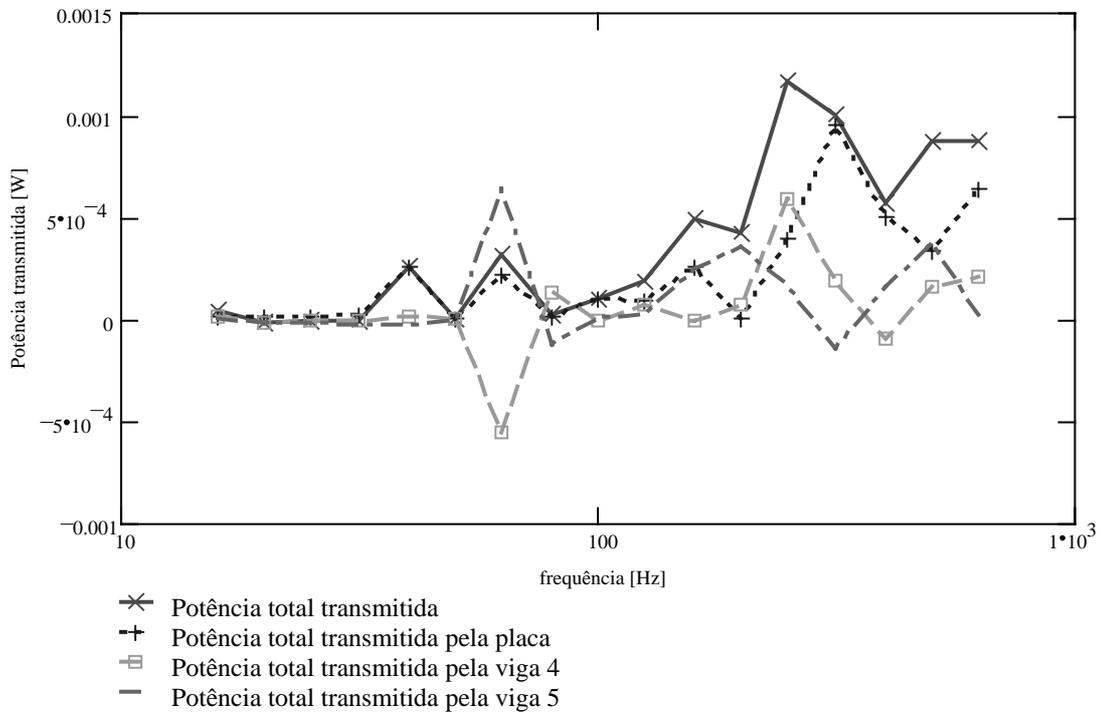


Figura 10 – Potência total transmitida do subsistema 1 ao 2. Viga T invertida modelada por elementos de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm. Valores em 1/3 de oitava.

5. CONCLUSÕES

Vigas de reforço, conforme tipicamente usadas em estruturas offshore, proporcionam resultados bastante distintos quando modeladas como elementos de viga Timoshenko e com elementos de casca. Esta última forma de modelo representa melhor o comportamento dinâmico físico destas vigas. As maiores parcelas de energia são transmitidas através das vigas de apoio, principalmente quando a excitação externa for aplicada diretamente sobre estas. Cálculos de fatores de acoplamento entre placas reforçadas calculadas em função das suas energias vibratórias e em função da potência transferida proporcionam precisões similares.

REFERÊNCIAS

- Bonifácio, P. R. O., 1998, Fluxo de energia vibratória entre placas planas pelo Método da Mobilidade, Dissertação de Mestrado, UFSC.
- Clarkson, B. L. & Pope, R. J., 1981, Experimental determination of modal densities and loss factors of flat plates and cylinders, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 77(4), p. 535-549.
- Clarkson, B. L., 1991, Estimation of the coupling loss factor of structural joints, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 205, p. 17-22.
- Clarkson, B.L. & Ranky, M. F., 1984, On the measurement of the coupling loss factors of structural connections, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 94, pp. 249-261.
- Cremer, L. & Heckl, M., 1973, Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, Berlin.
- Cuschieri, J. M., 1992, Parametric analysis of the power flow on an L-shaped plate using a mobility power flow approach”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 91(5), p. 2686-2695.
- Ozelame, A., 1997, Análise de densidade modal e de fatores de acoplamento para placas reforçadas por vigas, Dissertação de Mestrado, UFSC.
- Sardá, A. A. P., 1999, Análise por elementos finitos do fluxo de energia vibratória entre placas planas apoiadas em vigas, Dissertação de Mestrado, UFSC.

POWER FLOW ANALYSIS BETWEEN BEAM REINFORCED PLATES BY FINITE ELEMENT METHOD

Abstract. This work describes an analysis of power flow and coupling loss factors between beam reinforced plates by the Finite Element Method. The reinforced beams are modeled as Timoshenko beam elements and by shell elements, which yielded to significantly different results. The power transmitted through the several internal forces and moments, acting at the plates and beams joints, are also analysed.

Key-words: Power Flow, Vibrations of Beam Reinforced Plates.